

1.1. LICZBY NATURALNE I LICZBY CAŁKOWITE.

zbiór liczb naturalnych : $N = \{0,1,2,3,4,\dots\}$

zbiór liczb naturalnych dodatnich: $N_+ = \{1,2,3,4,\dots\}$

Liczba naturalna $n \neq 0$ jest **dzielnikiem** liczby naturalnej m (oznaczenie n/m)
 $\Leftrightarrow m : n$ jest liczbą naturalną.

Liczbę m nazywamy wtedy **wielokrotnością** liczby n .

Przykład 1.1.1. Podaj cztery najmniejsze wielokrotności liczby 5.

Rozwiązanie	Komentarz
5/5,10,15,20	Zapis ten czytamy , że liczba 5 dzieli 5, 10, 15, 20 lub liczby 5, 10 ,15, 20 są wielokrotnościami liczby 5.

Przykład 1.1.2. Wypisz wszystkie dzielniki liczby

a) 45

Rozwiązanie	Komentarz
1,3,5,9,15,45/45	45 dzieli się przez 1, 3, 5, 9, 15, 45

b) 7

Rozwiązanie	Komentarz
1,7/7	7 dzieli się przez 1, 7

Liczba pierwsza – liczba naturalna, która ma dokładnie dwa dzielniki (1 i samą siebie).

Liczba złożona – liczba naturalna większa od 1, która ma więcej niż dwa dzielniki.

0 i 1 nie są liczbami ani pierwszymi , ani złożonymi.

Każdą liczbę złożoną można rozłożyć na czynniki pierwsze czyli przedstawić w postaci iloczynu liczb pierwszych.

Przykład 1.1.3. Wypisz liczby pierwsze mniejsze od 20.

Rozwiązanie	Komentarz
2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19	Wszystkie te liczby mają po dwa dzielniki (1 i sama siebie)

Przykład 1.1.4. Liczbę 150 rozłóż na czynniki pierwsze.

Rozwiązanie	Komentarz
$\begin{array}{r l} 150 & 2 \\ 75 & 3 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$ $150 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5$	Z prawej strony wypisujemy kolejne dzielniki pierwsze. Z lewej strony wyniki z dzielenia: $150: 2 = 75$ $75: 3 = 25$ $25: 5 = 5$ $5: 5 = 1$

NWD – największy wspólny dzielnik

NWW – najmniejsza wspólna wielokrotność

Przykład 1.1.5. Oblicz:

a) $NWD(18,12)$

Rozwiązanie	Komentarz
$NWD(18,12)$ $\begin{array}{r l} 18 & \mathbf{2} \\ 9 & \mathbf{3} \\ 3 & \mathbf{3} \\ 1 & \end{array}$ $\begin{array}{r l} 12 & \mathbf{2} \\ 6 & \mathbf{3} \\ 2 & \mathbf{2} \\ 1 & \end{array}$ $NWD(18,12) = 2 \cdot 3 = 6$	<p>Zapis $NWD(18,12)$ czytamy : największy wspólny dzielnik liczb 18 i 12. Rozkładamy liczby 18 i 12 na czynniki pierwsze</p> <p>Zaznaczmy czynniki , które się powtarzają.</p> <p>Aby wyznaczyć największy wspólny dzielnik liczb mnożymy powtarzające się czynniki.</p> <p>Największy wspólny dzielnik liczb 18 i 12 jest równy 6.</p> <p>Jest to największa liczba , która dzieli 18 i 12.</p>

b) $NWW(18,12)$

Rozwiązanie	Komentarz
$NWW(18,12)$ $\begin{array}{r l} 18 & \mathbf{2} \\ 9 & \mathbf{3} \\ 3 & \mathbf{3} \\ 1 & \end{array}$ $\begin{array}{r l} 12 & \mathbf{2} \\ 6 & \mathbf{3} \\ 2 & \mathbf{2} \\ 1 & \end{array}$ $NWW(18,12) = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2 = 36$	<p>Zapis $NWW(18,12)$ czytamy : najmniejsza wspólna wielokrotność liczb 18 i 12.</p> <p>Rozkładamy liczby 18 i 12 na czynniki pierwsze</p> <p>Zaznaczmy czynniki , które się powtarzają.</p> <p>Aby wyznaczyć najmniejszą wspólną wielokrotność liczb mnożymy wszystkie czynniki pierwszej liczby i niezaznaczone czynniki drugiej liczby</p> <p>Najmniejsza wspólna wielokrotność liczb 18 i 12 jest równa 36.</p> <p>Jest to najmniejsza liczba, która dzieli się przez 18 i 12.</p>

zbiór liczb całkowitych: $C = \{\dots - 3, -2, -1, 0, 2, 3, 4, \dots\}$

zbiór liczb całkowitych dodatnich: $C_+ = N_+$

zbiór liczb całkowitych ujemnych: $C_- = \{\dots - 3, -2, -1\}$

Przykład 1.1.6. Wykonaj działania:

a) $13 + 54$

b) $-12 - 39$

Rozwiązanie	Komentarz
a) $13 + 54 = 67$	Dodając liczby o tych samych znakach dodajemy te liczby i stawiamy taki znak jaki jest przy tych liczbach.
b) $-12 - 39 = -12 + (-39) = -51$	

c) $-19 + 35$

d) $45 - 67$

Rozwiązanie	Komentarz
c) $-19 + 35 = 35 - 19 = 16$	Dodając liczby o różnych znakach odejmujemy od liczby większej liczbę mniejszą i stawiamy taki znak jaki jest przy większej liczbie.
d) $45 - 67 = -(67 - 45) = -22$	

e) $-26 : 2$

f) $(-6) \cdot (-4)$

Rozwiązanie	Komentarz
e) $-26 : 2 = -13$	Iloraz lub iloczyn dwóch liczb o różnych znakach jest liczbą ujemną. Iloraz lub iloczyn dwóch liczb o tych samych znakach jest liczbą dodatnią.
f) $(-6) \cdot (-4) = 24$	

g) $[-12 - (-25)] \cdot [24 + (-28)]$

Rozwiązanie	Komentarz
$[-12 - (-25)] \cdot [24 + (-28)] =$ $= [-12 + 25] \cdot [24 - 28] =$ $= 13 \cdot (-4) =$ $= -52$	Wykonując działania złożone należy pamiętać o kolejności wykonywania działań.

ĆWICZENIA

Ćwiczenie 1.1.1. Znajdź wszystkie dzielniki liczby:

- a) (1pkt.) 333
b) (1pkt.) 0

schemat oceniania

Numer odpowiedzi	Odpowiedź	Liczba punktów
1	Podanie wszystkich dzielników danych liczb.	1

Ćwiczenie 1.1.2. (1pkt.) Podaj parzyste liczby pierwsze.

schemat oceniania

Numer odpowiedzi	Odpowiedź	Liczba punktów
1	Podanie parzystych liczb pierwszych.	1

Ćwiczenie 1.1.3. (1pkt.) Rozłóż na czynniki pierwsze liczbę 3861.

schemat oceniania

Numer odpowiedzi	Odpowiedź	Liczba punktów
1	Podanie rozkładu danej liczby na czynniki pierwsze.	1

Ćwiczenie 1.1.4. (1pkt.) Oblicz NWW(15,50)

schemat oceniania

Numer odpowiedzi	Odpowiedź	Liczba punktów
1	Podanie NWW liczb 15 i 50.	1

Ćwiczenie 1.1.5. (1pkt.) Oblicz NWD(30,105)

schemat oceniania

Numer odpowiedzi	Odpowiedź	Liczba punktów
1	Podanie NWD liczb 30 i 105.	1

a) Ćwiczenie 1.1.6. (1pkt.) Oblicz: $(-34 + 5) \cdot (-5) - 49 : (-7)$

schemat oceniania

Numer odpowiedzi	Odpowiedź	Liczba punktów
1	Podanie wartości danego wyrażenia.	1